

| UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO | | | | | | | | | | |
|--|--|---|---|--------------|---|------------------|-----------------------|-----------|-------------|--|
| NOMBRE DE LA ENTIDAD: | | CAMPUS LEÓN; DIVISIÓN DE CIENCIAS E INGENIERÍAS | | | | | | | | |
| NOMBRE DEL PROGRAMA EDUCATIVO: | | Licenciatura en Física | | | | | | | | |
| NOMBRE DE LA MATERIA: | | Geometría Diferencial | | | | | CLAVE: | | PMCGD-04 | |
| FECHA DE ELABORACIÓN: | | 31 mayo 2010 | | | | | HORAS/SEMANA/SEMESTRE | | | |
| FECHA DE ACTUALIZACIÓN: | | | | | | | | | | |
| ELABORÓ: | | Oscar Gerardo Loaiza Brito | | | | | | | | |
| PRERREQUISITOS: | | | | | | TEORÍA: | | 2 | | |
| CURSADA Y APROBADA: | | Ninguno | | | | PRÁCTICA: | | 2 | | |
| CURSADA: | | Ninguno | | | | CRÉDITOS: | | 6 | | |
| CARACTERIZACIÓN DE LA MATERIA | | | | | | | | | | |
| POR EL TIPO DE CONOCIMIENTO: | | DISCIPLINARIA | | FORMATIVA | X | METODOLÓGICA | | | | |
| POR LA DIMENSIÓN DEL CONOCIMIENTO: | | ÁREA BÁSICA | | ÁREA GENERAL | | ÁREA PROFESIONAL | X | | | |
| POR LA MODALIDAD DE ABORDAR EL CONOCIMIENTO: | | CURSO | X | TALLER | | LABORATORIO | | SEMINARIO | | |
| POR EL CARÁCTER DE LA MATERIA: | | OBLIGATORIA | | RECURSABLE | | OPTATIVA | X | SELECTIVA | ACREDITABLE | |
| ES PARTE DE UN TRONCO COMÚN O MATERIAS COMUNES: | | SÍ | | NO | X | | | | | |
| COMPETENCIA (S) GENERAL(ES) DE LA MATERIA: | | | | | | | | | | |
| <ul style="list-style-type: none"> Conocer y comprender el concepto y definición de variedad diferenciable. Desarrollar la intuición geométrica y rigurosidad algebraica mediante el reforzamiento del análisis de argumentaciones en geometría diferencial. Reforzar el trabajo interdisciplinario al aplicar conocimientos propios de la geometría diferencial a otras áreas de las matemáticas y en particular a la solución de problemas en física. Desarrollar pensamiento crítico y analítico para la resolución de problemas. | | | | | | | | | | |
| CONTRIBUCIÓN DE LA MATERIA AL LOGRO DEL PERFIL POR COMPETENCIAS. | | | | | | | | | | |
| <p>La materia de geometría diferencial contribuye a las competencias cognitivas, de la siguiente manera:</p> <p>M6. Construir modelos simplificados que describan una situación compleja, identificando sus elementos esenciales y efectuando las aproximaciones necesarias.</p> <p>M10. Sintetizar soluciones particulares, extendiéndolas hacia principios, leyes o teorías más generales.</p> <p>M11. Percibir las analogías entre situaciones aparentemente diversas, utilizando soluciones conocidas en la resolución de problemas nuevos.</p> | | | | | | | | | | |

PRESENTACIÓN DE LA MATERIA

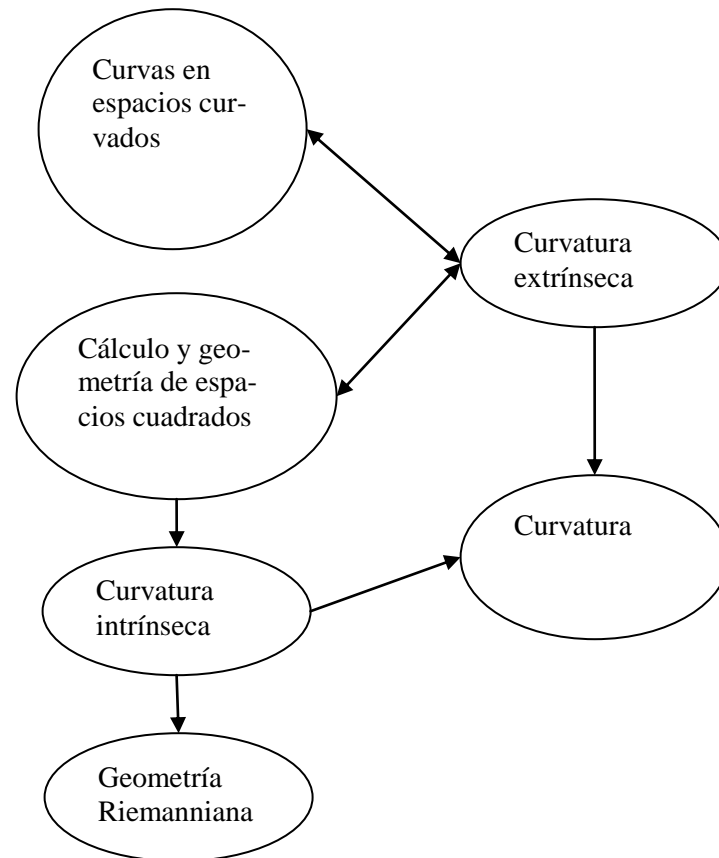
El objeto de estudio de esta materia se basa en el concepto de variedad diferenciable, sus propiedades geométricas y algebraicas al igual que el cálculo diferencial e integral sobre ellas.

- Al finalizar el curso el alumno conocerá, comprenderá y analizará los aspectos algebraicos y geométricos de las variedades diferenciables, así como la aplicación de las técnicas del análisis diferencial sobre superficies curvadas, a la solución de problemas propios de la materia.

RESUMEN:

El curso de geometría diferencial da una introducción estructurada y constructiva de la geometría, álgebra y cálculo en variedades diferenciables. El contenido temático de la materia se puede resumir de la siguiente manera:

- 1.- Introducción y estudio de curvas en el espacio.
- 2.- Geometría Euclidea y Variedades Diferenciables.
- 3.- Cálculo y Geometría en superficies.
- 4.- Geometría de Riemann.



RELACIÓN CON OTRAS MATERIAS DEL PLAN DE ESTUDIOS

Para facilitar el aprendizaje de esta materia, se recomienda cursar y aprobar las materias de cálculo diferencial, cálculo integral, cálculo de varias variables y álgebra lineal. Esta materia proveerá de herramientas matemáticas necesarias y de gran utilidad en asignaturas tales como Relatividad General, Introducción a Teoría de Cuerdas, Cosmología y Teoría Clásica de Campos.

| | | | |
|--|--|---|----------|
| NOMBRE DE LA UNIDAD TEMÁTICA/BLOQUE TEMÁTICO: | Introducción y Estudio de Curvas en el espacio | TIEMPO ESTIMADO PARA DESARROLLAR LA UNIDAD TEMÁTICA: | 12 horas |
|--|--|---|----------|

| COMPETENCIAS A DESARROLLAR | SABERES | | | EVIDENCIAS DE DESEMPEÑO | |
|---|--|--|---|---|---|
| | CONOCIMIENTOS | HABILIDADES | ACTITUDES | DIRECTA | POR PRODUCTO |
| <ul style="list-style-type: none"> • Conocer los conceptos y definiciones de la diferenciación de funciones valuadas sobre un espacio con curvatura. • Desarrollar la intuición geométrica y rigurosidad algebraica mediante el reforzamiento del análisis de argumentaciones en cálculo de funciones sobre espacios con curvatura. • Reforzar el trabajo interdisciplinario al aplicar conocimientos propios de la geometría diferencial a otras áreas de las matemáticas y en la física. • Desarrollar pensamiento crítico y analítico para la resolución de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> • Cálculo en el espacio euclideo. • Vectores tangentes. • Curvas en el espacio tridimensional. • 1-formas. • Formas diferenciales. • Mapeos de curvas y superficies al espacio tridimensional • Producto escalar • Geometría de Curvas y fórmulas de Frenet • Derivadas covariantes. • Formas de conexión. • Ecuaciones estructurales. | <ul style="list-style-type: none"> • Identificar la necesidad del uso del cálculo diferencial en el estudio de la geometría del espacio euclideo. • Construir los elementos necesarios para el estudio de la geometría de curvas. • Entender las propiedades analíticas y geométricas de las 1-formas diferenciales. • Analizar las relaciones geométricas entre curvas y superficies y el fondo en que se definen. • Entender e interpretar el significado del producto escalar en la geometría de curvas. • Analizar el aspecto geométrico de las Fórmulas de Frenet. • Clasificar los vectores asociados a las curvas, por medio de las fórmulas de Frenet. • Entender el significado geométrico de derivada covariante. • Entender e interpretar las diferentes formas de conexión en una curva o superficie. | <ul style="list-style-type: none"> • Valoración de la construcción del cálculo diferencial e integral en variedades con curvatura, lo cual generaliza el cálculo en ambientes planos. • Desarrollo de una percepción geométrica en ambientes con curvatura, intrínseca y extrínseca. • Fortalecimiento de correctos hábitos de estudio y análisis. | <ul style="list-style-type: none"> • Participación en clase. • Ejercicios en pizarrón. • Tareas basadas en problemas relacionados al tema. | <ul style="list-style-type: none"> • Tareas semanales. • Examen de conocimientos previos. • Examen. • Trabajo escrito sobre el cálculo diferencial en curvas. |

| | | | |
|--|--|---|----------|
| NOMBRE DE LA UNIDAD TEMÁTICA/BLOQUE TEMÁTICO: | Geometría Euclidea y Variedades Diferenciables | TIEMPO ESTIMADO PARA DESARROLLAR LA UNIDAD TEMÁTICA: | 12 horas |
|--|--|---|----------|

| COMPETENCIAS A DESARROLLAR | SABERES | | | EVIDENCIAS DE DESEMPEÑO | |
|----------------------------|---------------|-------------|-----------|-------------------------|--------------|
| | CONOCIMIENTOS | HABILIDADES | ACTITUDES | DIRECTA | POR PRODUCTO |

| | | | | | |
|--|--|---|---|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Conocer las propiedades geométricas de una superficie curvada y la aplicación de técnicas de cálculo. • Desarrollar la intuición geométrica y rigurosidad algebraica mediante el reforzamiento del análisis de argumentaciones en cálculo de funciones sobre espacios con curvatura. • Reforzar el trabajo interdisciplinario al aplicar conocimientos propios de la geometría diferencial a otras áreas de las matemáticas y la física. • Desarrollar pensamiento crítico y analítico para la resolución de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> • Isometrías del espacio plano tri-dimensional. • Orientación. • Geometría euclidea. • Clases de equivalencia. • Congruencia de curvas. • Las superficies en el espacio plano tri-dimensional. • Concepto de cartas locales. • Funciones diferenciables y vectores tangentes. • Formas diferenciables en una superficie. • Mapeos de superficies. • Integración de formas diferenciables. • Propiedades topológicas de las superficies. • Variedades diferenciables. | <ul style="list-style-type: none"> • Identificar las simetrías del espacio tridimensional. • Analizar y entender el concepto de orientación. Construir y entender la geometría del espacio plano. • Construir curvas en el espacio tridimensional mediante el uso del concepto de mapeo. • Identificar y entender las equivalencias entre objetos geométricos. • Entender el concepto de localidad en superficies. • Identificar la geometría local de una superficie con la geometría euclidea. • Construcción de objetos analíticos en superficies curvadas. • Construir mapeos entre objetos definidos sobre superficies curvadas. • Identificar propiedades de las superficies curvadas independientes de la geometría. • Entender el concepto generalizado de espacio curvado. | <ul style="list-style-type: none"> • Valoración del desarrollo de herramientas computacionales y de cálculo en ambientes geométricos más generales. • Fortalecimiento de correctos hábitos de estudio y análisis. | <ul style="list-style-type: none"> • Participación en clase • Ejercicios en pizarrón • Tareas basadas en problemas relacionados al tema. | <ul style="list-style-type: none"> • Tareas semanales. • Examen • Trabajo sobre la aplicación de conceptos de variedades diferenciables en física. |
|--|--|---|---|---|---|

| | | | |
|--|------------------------------------|---|----------|
| NOMBRE DE LA UNIDAD TEMÁTICA/BLOQUE TEMÁTICO: | Cálculo y Geometría en Superficies | TIEMPO ESTIMADO PARA DESARROLLAR LA UNIDAD TEMÁTICA: | 24 horas |
|--|------------------------------------|---|----------|

| COMPETENCIAS A DESARROLLAR | SABERES | | | EVIDENCIAS DE DESEMPEÑO | |
|----------------------------|---------------|-------------|-----------|-------------------------|--------------|
| | CONOCIMIENTOS | HABILIDADES | ACTITUDES | DIRECTA | POR PRODUCTO |

| | | | | | |
|--|--|--|---|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> •Conocer el concepto de curvatura de superficies en ambientes externos. •Desarrollar la intuición geométrica y rigurosidad algebraica mediante el reforzamiento del análisis de argumentaciones en geometría diferencial. •Reforzar el trabajo interdisciplinario al aplicar conocimientos propios de la geometría diferencial a otras áreas de las matemáticas y en la física. •Desarrollar pensamiento crítico y analítico para la resolución de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> •El operador de forma de una superficie. •Curvatura normal •Curvatura Gaussiana. •Técnicas de cálculo. •Superficies de revolución. •Geometría de superficies en el espacio tridimensional. •Cálculo con formas diferenciales. •Teoremas globales de la geometría. •Isometrías globales y locales. •Geometría intrínseca de superficies. •Coordenadas ortogonales. •Integración y orientación. | <ul style="list-style-type: none"> •Analizar y clasificar las componentes de la derivada tangencial a un vector normal a la superficie. •Entender e interpretar el concepto de curvatura y sus variantes. •Construir técnicas de cálculo con el uso del concepto de curvatura. •Construir y analizar la geometría de superficies de revolución. •Analizar las técnicas de cálculo para el caso de formas diferenciales. •Entender e interpretar las propiedades globales de las superficies. •Identificar las simetrías locales y globales. •Construir vectores cuyas direcciones preserven las simetrías estudiadas. •Entender el concepto de curvatura, sin necesidad de recurrir a un ambiente exterior. •Analizar las técnicas de integración para el caso de superficies con curvatura. | <ul style="list-style-type: none"> •Valoración de la construcción del cálculo diferencial e integral en variedades diferenciables. •Fortalecimiento de hábitos de estudio y análisis. | <ul style="list-style-type: none"> •Participación en clase. •Ejercicios en pizarrón. •Tareas basadas en problemas relacionados al tema. | <ul style="list-style-type: none"> •Tareas semanales •Examen. •Trabajo sobre la relación de la curvatura de una superficie con fuerzas de naturaleza física. |
|--|--|--|---|--|---|

| | | | |
|--|-----------------------|---|----------|
| NOMBRE DE LA UNIDAD TEMÁTICA/BLOQUE TEMÁTICO: | Geometría Riemanniana | TIEMPO ESTIMADO PARA DESARROLLAR LA UNIDAD TEMÁTICA: | 16 horas |
|--|-----------------------|---|----------|

| COMPETENCIAS A DESARROLLAR | SABERES | | | EVIDENCIAS DE DESEMPEÑO | |
|----------------------------|---------------|-------------|-----------|-------------------------|--------------|
| | CONOCIMIENTOS | HABILIDADES | ACTITUDES | DIRECTA | POR PRODUCTO |

| | | | | | |
|---|--|---|--|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Conocer los conceptos y definiciones de curvatura en ausencia de un medio externo. • Desarrollar la intuición geométrica y rigurosidad algebraica mediante el reforzamiento del análisis de argumentaciones en geometría diferencial. • Reforzar el trabajo interdisciplinario al aplicar conocimientos propios de la geometría diferencial a otras áreas de las matemáticas y la física. • Desarrollar pensamiento crítico y analítico para la resolución de problemas. | <ul style="list-style-type: none"> • Superficies geométricas. • Curvatura Gaussiana. • La derivada covariante. • Las geodésicas. • Propiedades minimizantes de las geodésicas. • Mapeos conformes. • Teorema de Gauss-Bonnet. | <ul style="list-style-type: none"> • Analizar entornos generalizados para el estudio de la geometría de superficies. • Entender la generalización del concepto de curvatura Gaussiana sin necesidad de recurrir a ambientes externos. • Entender y analizar el concepto generalizado de derivada covariante. • Entender el concepto de geodésica como extensión de la recta a una superficie con curvatura. • Identificar a las geodésicas y sus propiedades minimizantes en problemas de física. • Entender el concepto de mapeo conforme y analizar sus propiedades. • Analizar las condiciones necesarias para la integración de vectores, escalares y formas diferenciales en ambiente curvados. | <ul style="list-style-type: none"> • Valoración de la construcción del cálculo diferencial e integral en variedades diferenciables, sin necesidad de recurrir a un ambiente externo. • Fortalecimiento de correctos hábitos de estudio y análisis. | <ul style="list-style-type: none"> • Participación en clase. • Ejercicios en pizarrón. • Tareas basadas en problemas relacionados al tema. | <ul style="list-style-type: none"> • Tareas semanales. • Examen. • Trabajo sobre la aplicación de la geometría Riemanniana en la relatividad de Einstein. |
|---|--|---|--|---|--|

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE (Sugeridas)

Reproducción por parte del estudiante de los resultados teóricos descritos en clase.
 Resolución de problemas y ejercicios correspondientes al tema.
 Exposición de la aplicación de las técnicas aprendidas en la solución de un problema de importancia en física.
 Escritura de artículos y reportes sobre temas específicos.

RECURSOS Y MATERIALES DIDÁCTICOS (Sugeridos)

Software de cálculo matemático (mathematica, maple)

SISTEMA DE EVALUACIÓN

Exámenes (3 al semestre)
 Ejercicios.
 Trabajos especiales (exposiciones, entrega de artículos y reportes)

FUENTES DE INFORMACIÓN

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

1. Elementary Topics in Differential Geometry, J. A. Thorpe, Undergraduate texts in Mathematics, Springer, 1979.
2. Elementos de Geometría Diferencial, B. O'Neill, Limusa, 1982.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

Geometry, Topology and Physics, M. Nakahara, 1990.

OTRAS FUENTES DE INFORMACIÓN:

Base de datos en Internet: diversas universidades en el mundo tienen páginas electrónicas dedicadas a esta materia.
 Notas de clase, recopilación.